TENTAMEN I TSRT12 REGLERTEKNIK

SAL: TER1

TID: 2024-08-23 kl. 08:00-13:00

KURS: TSRT12 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Daniel Axehill, tel. 013-284042

BESÖKER SALEN: cirka kl. ca kl. 9:00 och 11:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-284725, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, grundläggande teori” med normala inläsningsanteckningar, Kompletterande kompendium: Martin Enqvist: ”En introduktion till lärande reglering - Förstärkningsinlärning eller hur man tar fram en optimal tillståndsåterkoppling utan en modell av systemet”, tabeller, formelsamling, räknedosa (ej dator, telefon, surfplatta, osv.) utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2024-09-13, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, mellan ingång 25 och 27, A-korridoren.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	15 poäng och minst hälften av poängen på varje uppgift i del 1.
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

Del 1 utgörs av uppgifterna 1, 2 och 3. Del 2 av uppgifterna 4 och 5.

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motivering ger poängavdrag.

Lycka till!

Del 1

1. (a) Temperaturen i ett hus beskrivs, mycket förenklat, av ekvationen

$$\alpha\dot{y}(t) = u(t) - \beta(y(t) - v(t))$$

där $y(t)$ är temperaturen i huset, $u(t)$ är den tillförda effekten samt $v(t)$ är utetemperaturen. Vidare anger α hur väl huset lagrar energi och β anger hur välisolerat huset är. Antag att $u(t)$ är ett steg med amplitud 5, att $v(t) = 0$ samt att $y(0) = 0$. Skissa stegsvaret. Vad blir temperaturens slutvärde? Är inverkan av β fysikalisk rimlig? Hur lång tid tar det tills temperaturen nått 63% av sitt slutliga värde? (4p)

(b) Betrakta åter systemet i deluppgift 1a. Antag nu att $u(t) = 0$, $y(0) = 0$ och att $v(t) = -5$. Vad går $y(t)$ mot när $t \to \infty$? Är det fysikaliskt rimligt? (2p)

(c) Programkoden för en tidsdiskret regulator innehåller raderna

$$\begin{aligned} e_k &:= r_k - y_k \\ I_k &:= I_{k-1} + 2e_k \\ u_k &:= 5e_k + I_k \end{aligned}$$

Är detta en P-, PI-, PD- eller PID-regulator? (2p)

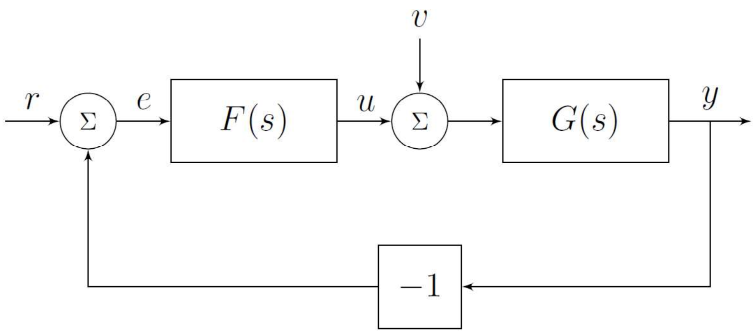
(d) Betrakta reglersystemet i figur 1 där

$$F(s) = K_P + K_I\frac{1}{s} + K_D s$$

och

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

Bestäm K_P, K_I och K_D så att det återkopplade systemets poler placeras i -2. (4p)



Figur 1: Reglersystem.

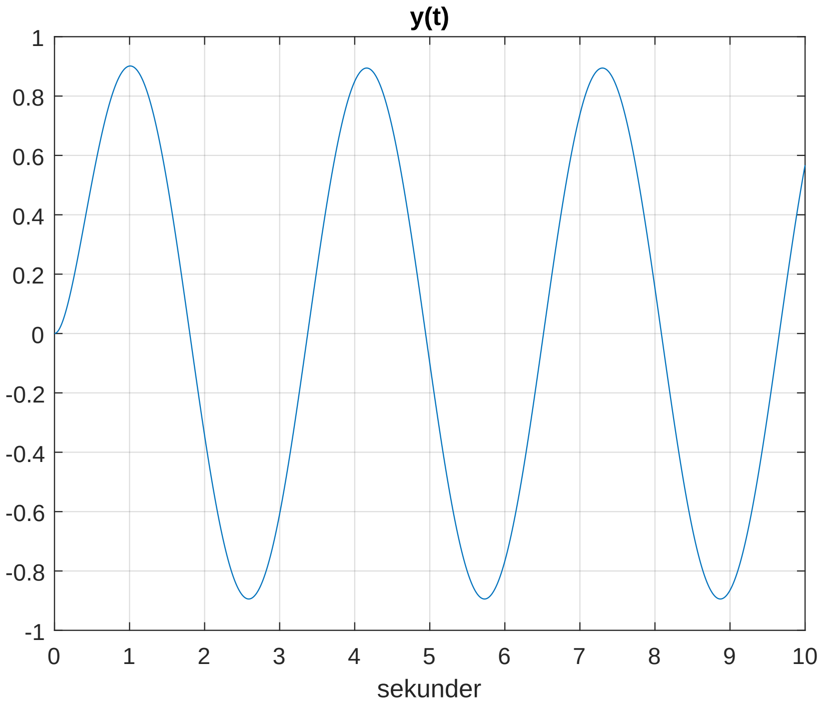
2. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

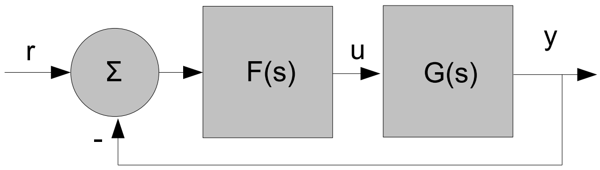
$$G(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

I figur 2 visas utsignalen från systemet när $u(t)$ är sinusformad med amplitud ett. Ange systemets pol. (2p)



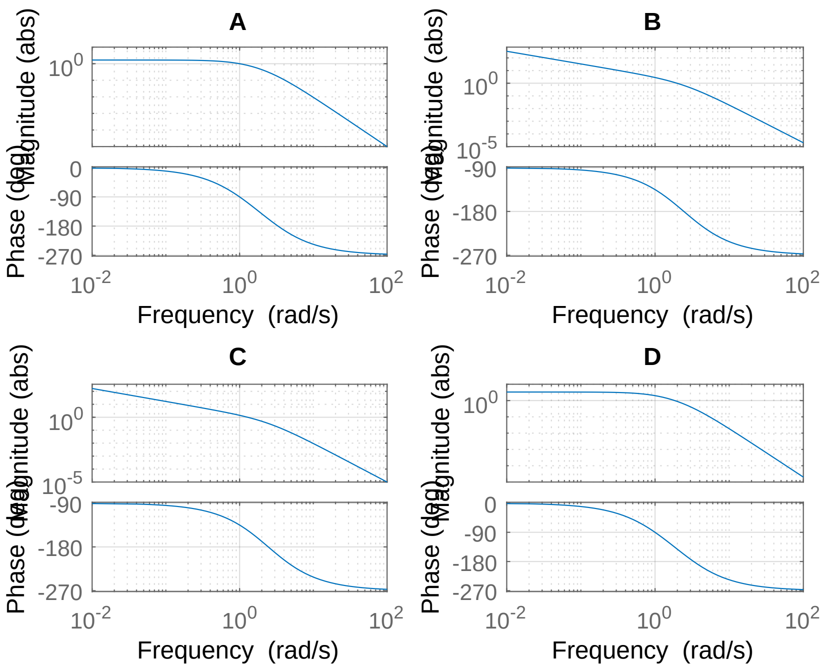
Figur 2: Figur till uppgift 2a.

(b) Betrakta ett reglersystem enligt figur 3.

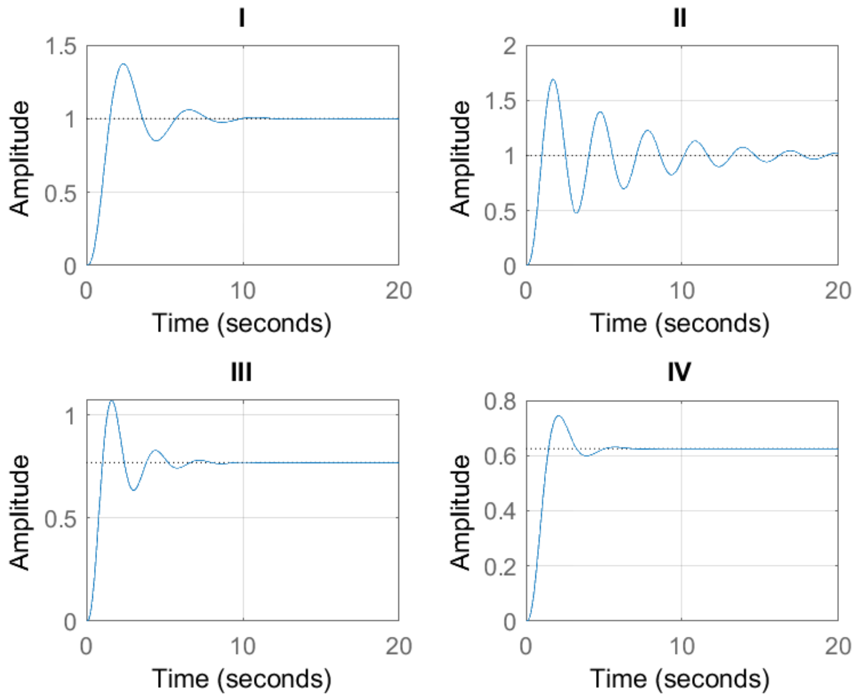


Figur 3: Reglersystem.

I figur 4 visas $| G_O(i\omega) |$ för fyra olika fall, där $G_O(s) = F(s)G(s)$. I figur 5 visas det återkopplade systemets stegsvar för motsvarande fall. Kombinera Bodediagrammen och stegsvaren. (4p)



Figur 4: Bodediagram till uppgift 2b.



Figur 5: Stegsvar till uppgift 2b.

(c) En farkost beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

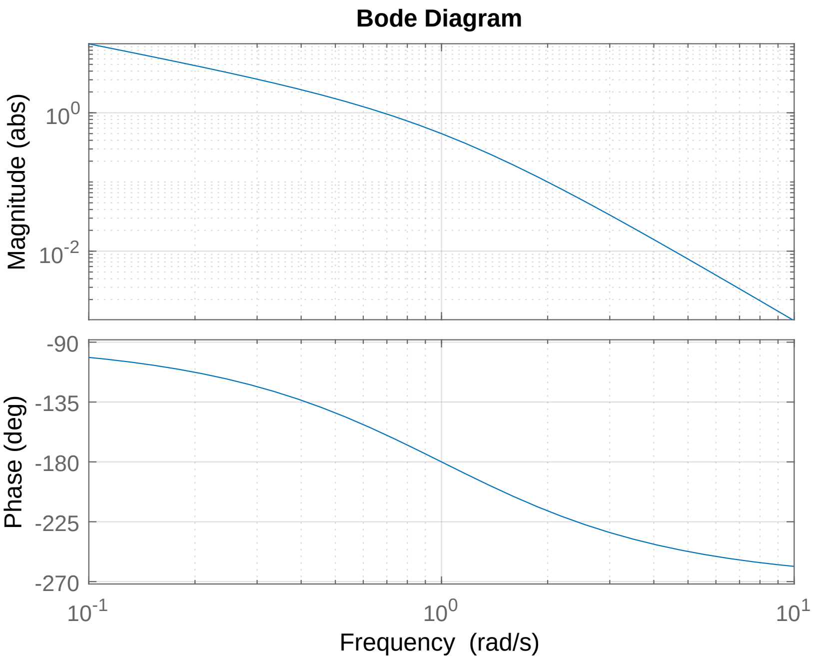
$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)^2}$$

och $u(t)$ betecknar insignalen och $y(t)$ föremålets position. Antag att systemet styrs med proportionell återkoppling på formen

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

- Antag att $K = 2$. Vad blir reglersystemets fasmarginal?
- Antag att referenssignalen $r(t) = 10$ och att $K = 2$. Vad blir det stationära reglerfelet?

Bodediagrammet för $G(s)$ ges i figur 6. (2p)



Figur 6: Bodediagram till uppgift 2c.

3. Ett dynamiskt system som består av en roterande massa och en elastisk axel kan beskrivas med differentialekvationen

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 u(t)$$

där $0 < \zeta < 1$.

(a) Inför tillståndsvariablerna $x_1(t) = y(t)$ och $x_2(t) = \dot{y}(t)$ och ställ upp systemet på tillståndsform. (2p)

(b) Antag att båda tillståndsvariablerna kan mätas. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

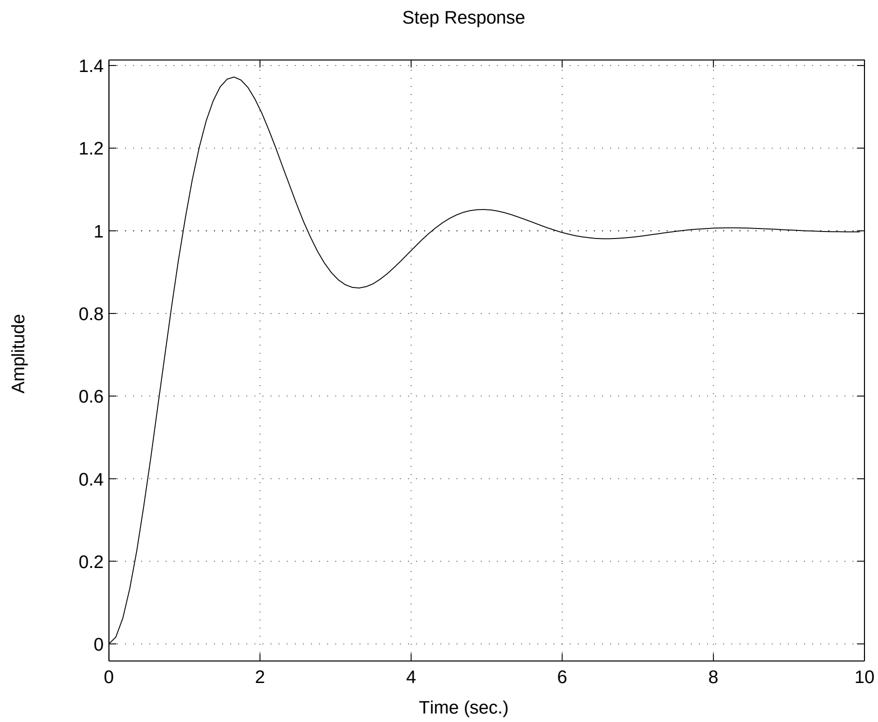
$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att:

- Det återkopplade systemets poler ligger dubbelt så långt från origo som det öppna systemets poler.
- Den relativa dämpningen för det återkopplade systemets poler är ett.

(För maximalt tre poäng kan man lösa uppgiften för fallet $\omega_0 = 1$ och $\zeta = 0.5$.) (5p)

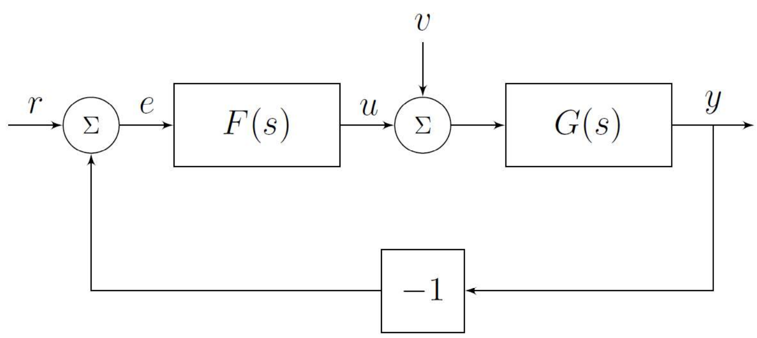
(c) För att i ett konkret fall bestämma koefficienterna ω_0 och ζ för det öppna systemet görs ett stegsvarsexperiment. Resultatet av ett sådant experiment ges i figur 3. Bestäm koefficienterna ω_0 och ζ. (3p)



Figur 7: Stegsvar till uppgift 3c.

Del 2

4. Betrakta reglersystemet i figur 8.



Figur 8: Reglersystem.

(a) Bestäm överföringsfunktionen från $R(s)$ och $V(s)$ till $E(s)$. (2p)

(b) Betrakta nu överföringsfunktionerna

$$G_1(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \qquad G_2(s) = \frac{B(s)}{sA(s)}$$

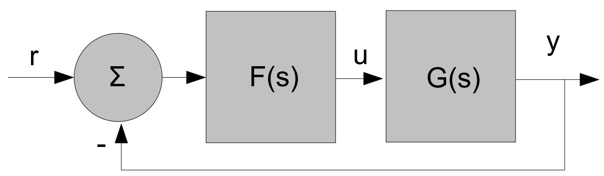
$$F_1(s) = \frac{C(s)}{D(s)} \qquad F_2(s) = \frac{C(s)}{sD(s)}$$

och följande fyra fall:

I: Systemet $G = G_1$ styrs med regulatorn $F = F_1$.
II: Systemet $G = G_1$ styrs med regulatorn $F = F_2$.
III: Systemet $G = G_2$ styrs med regulatorn $F = F_1$.
IV: Systemet $G = G_2$ styrs med regulatorn $F = F_2$.

I samtliga fall är det återkopplade systemet stabilt och är på formen i figur 8. Antag nu att $r(t)$ är ett steg med amplitud 5 och $v(t)$ är ett steg med amplítud 2. Ange det stationära reglerfelet i fallen I - IV. (4p)

(c) Betrakta ett reglersystem enligt figur 9 där $F(s) = K$.

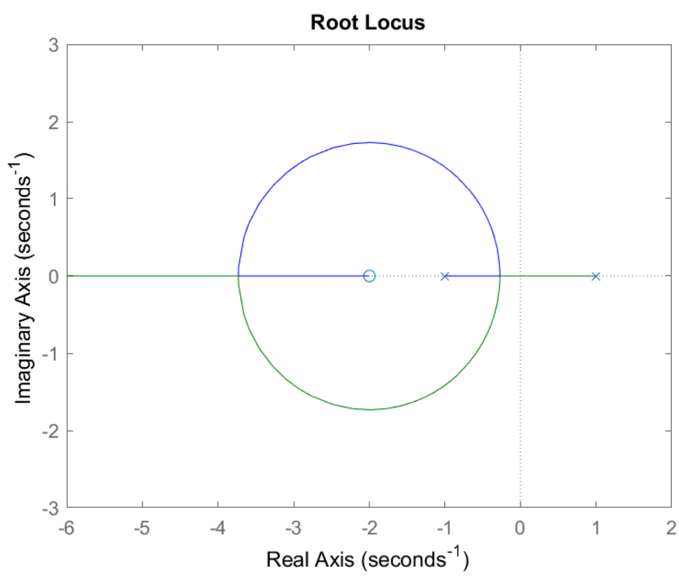


Figur 9: Reglersystem.

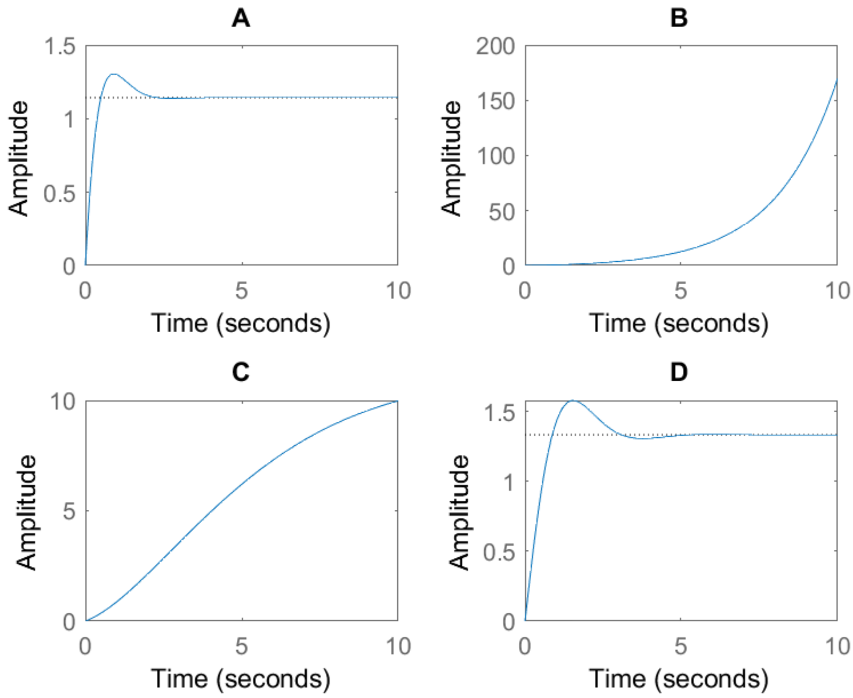
Figur 10 visar rotorten för polerna för det återkopplade systemet när koefficienten K varierar från noll och uppåt. Vidare visar figur 11 stegsvaret för det återkopplade systemet för följande värden på K:

$$(i)\quad K = 0.3 \quad (ii)\quad K = 0.55 \quad (iii)\quad K = 2 \quad (iv)\quad K = 4$$

Kombinera koefficientvärdena med stegsvaren. (4p)



Figur 10: Rotort till uppgift 4c.



Figur 11: Stegsvar till uppgift 4c.

5. Ett system i en processindustri består av tre tankar i serie och kan approximativt beskrivas av sambandet

$$Y(s) = \frac{k}{(s\tau + 1)^3} U(s)$$

där koefficienterna k och τ bestämts genom linjärisering av de grundläggande olinjära sambanden som beskriver sambandet mellan nivåer och flöden. Värdet på dessa koefficienter beror på vilken arbetspunkt (nivå i tankarna) som gäller. För att säkerställa att en regulator som beräknas för en viss arbetspunkt, d.v.s. för vissa värden på k och τ, även fungerar vid en annan arbetspunkt vill vi nu undersöka reglersystemets robusthet.

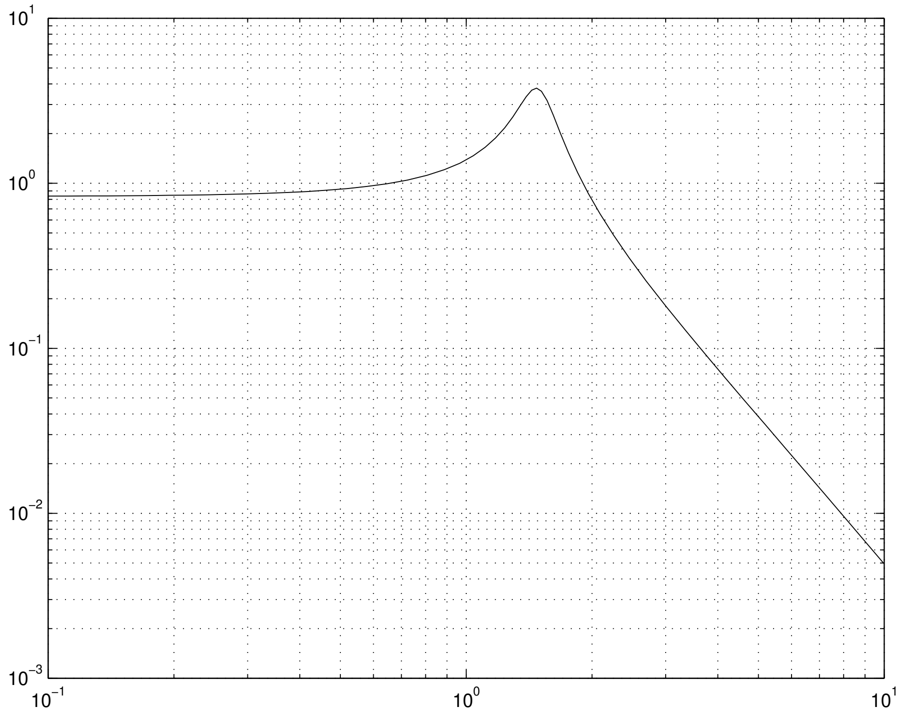
Antag att vi har använt modellen

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^3}$$

d.v.s. vi har antagit att $k = 1$ och $\tau = 1$ och styr systemet med proportionell återkoppling

$$U(s) = 5(R(s) - Y(s))$$

Detta ger amplitudkurvan i figur 12 för det återkopplade systemet.



Figur 12: Amplitudkurva till uppgift 5.

(a) Antag nu att värdet på k i modellen $G(s)$ är osäkert och kan skrivas $k = 1 + \delta$, där $\delta > 0$, samt att värdet på τ är helt korrekt. Bestäm det relativa modellfelet under dessa förutsättningar. Bestäm även, med hjälp av robusthetskriteriet, hur mycket k maximalt får avvika från ett om vi skall kunna garantera stabilitet för det återkopplade systemet? (3p)

(b) Antag nu att värdet på k i $G(s)$ ovan är korrekt och att värdet på τ för två av tankarna är korrekt. För den tredje tanken har vi antagit att $\tau = 1$, men i verkligheten ges det verkliga systemet av

$$G^0(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s(1+\delta)+1)}$$

där $\delta > 0$. Ange det relativa modellfelet i detta fall? (3p)

(c) Kan vi med robusthetskriteriets hjälp garantera att det återkopplade systemet är stabilt under dessa förutsättningar? (4p)