TENTAMEN I REGLERTEKNIK (TSRT93)

SAL: FE249, TER4

TID: 5 juni, 2025, klockan 14–19

KURS: TSRT93, REGLERTEKNIK

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 3

ANTAL SIDOR PÅ TENTAMEN (Exklusive försättsblad): 9

ANSVARIG LÄRARE: Anders Hansson, 070-3004401

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Grundläggande lärobok i reglerteknik, t.ex. ”Hansson: Reglerteknik—En Introduktion”, med normala inläsningsanteckningar, tabeller och formelsamlingar utgivna på förlag, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås på kurshemsidan efter tentamen.

VISNING: Äger rum 2025–06–17 kl 10.30–11.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:

betyg 3	27 poäng
betyg 4	40 poäng
betyg 5	50 poäng

varav minst 6 poäng på varje delfråga.

Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg kan följas på ett tydligt sätt. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Betrakta ett system bestående av en cyklande person, där cykeln utgör det styrda systemet och cyklisten är regulator. Ge exempel på styrsignal, utsignal och störning för reglersystemet. (3p)

   (b) Figuren nedan visar stegsvar från ett system med överföringsfunktionen

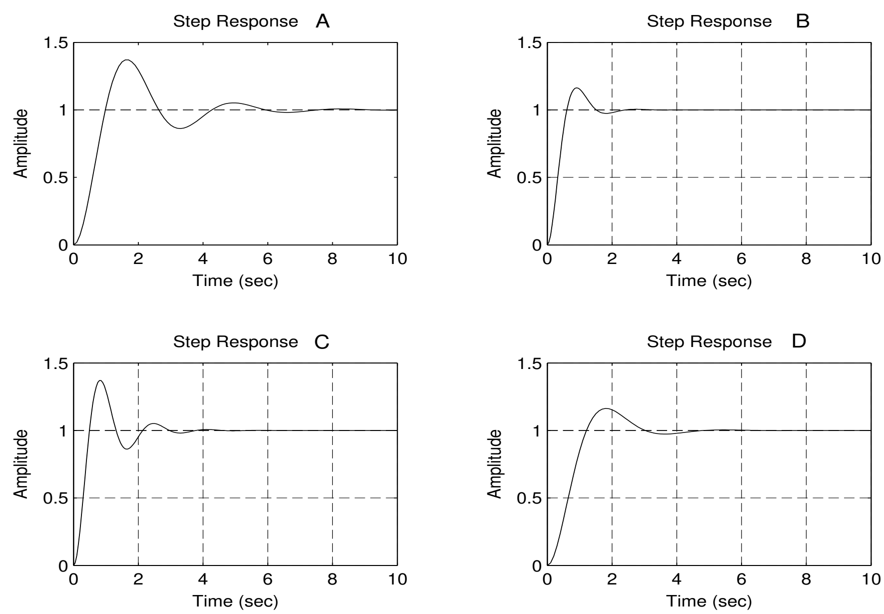
$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

   för följande kombinationer av värden

$$(i)\ \ \omega_0 = 4, \zeta = 0.5 \quad (ii)\ \ \omega_0 = 4, \zeta = 0.3$$

$$(iii)\ \ \omega_0 = 2, \zeta = 0.5 \quad (iv)\ \ \omega_0 = 2, \zeta = 0.3$$

   Kombinera dessa värden med stegsvaren i figur 1. (5p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1b.

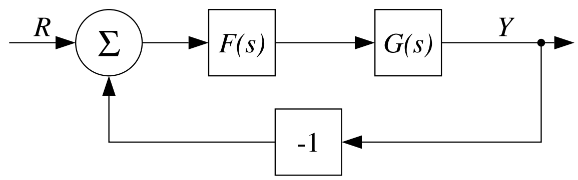
(c) För ett visst system påstås känslighetsfunktionen S och komplementära äknslighetsfuktionen T uppfylla

$$S = \frac{5s}{s+2}, \quad T = \frac{3}{s+2}$$

Varför är detta ett orimligt påstående? (3p)

(d) Betrakta ett linjärt system. Om systemet drivs med insignalen $u_1(t)$ erhålles utsignalen $y(t) = 3\sin(4t-3)$. Om systemet drivs med insignalen $u_2(t)$ erhålles utsignalen $y(t) = \cos(8t-2)$. Ange utsignalen om systemet drivs med signalen $u_3(t) = u_1(t) + 4u_2(t)$ (3p)

(e) Betrakta systemet



där

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$$

Antag att $F(s) = K$. Vad blir det stationära reglerfelet då $r(t)$ är ett steg med amplitud 1? (3p)

(f) Betrakta samma system som i uppgift 1e. Ange en regulator $F(s)$ för systemet ovan så att det stationära reglerfelet blir noll då $r(t)$ är ett steg med amplitud 1. (3p)

2. (a) I en processindustri finns ett system bestende av två seriekopplade tankar enligt figuren nedan. Genom att låta tillståndsvariablerna x_1 och x_2 representera nivåerna i övre respektive undre tanken kan systemet approximativt beskrivas med tillståndsekvationerna

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + x_1\end{aligned}$$

där u betecknar inflödet i övre tanken.

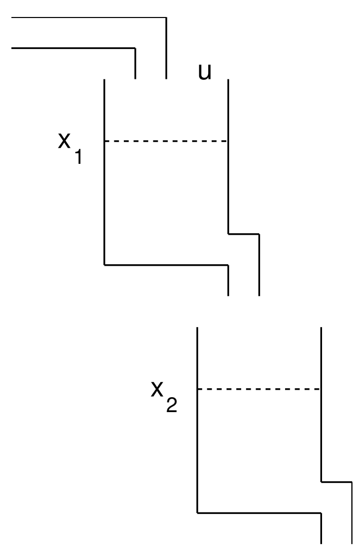
i. Antag att båda nivåerna kan mätas. Bestäm en tillståndåsterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

så att det återkopplade systemets poler placeras i $-a$. (4p)

ii. Gör en enkel skiss av hur återkopplingskoefficienterna l_1 och l_2 beror på a. Varför är l_1 och l_2 noll för $a = 1$? (3p)

iii. Antag nu att endast en nivå kan mätas och att den andra nivån får skattas med en observatör. Dock får man välja vilken nivå som skall mätas. Vilken av nivåerna skall man välja att mäta? Motivera! (3p)



Figur 2: Tanksystem

(b) En cykel beskrivs efter lämplig skalning av variabler och tid av modellen

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} V \\ V^2/2 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Här är x_1 lutningsvinkel, x_2 rörelsemängdsmoment kring längdaxeln, u styrets vridningsvinkel och V hastigheten fram ($V > 0$).

i. Beräkna systemets poler. Hur beror de på V? (2p)

ii. Beräkna för allmänt V en tillståndsåterkoppling som placerar systemets egenvärden i -2, -2. Referenssignalen antas vara 0. (2p)

iii. Visa att det finns ett värde $V^* > 0$ på V sådant att vissa av de koefficienter som beräknats i ii) växer obegränsat när $V \to V^*$. Ange ett numeriskt värde på V^*. (2p)

iv. Varför går det inte att placera egenvärdena godtyckligt när $V = V^*$? (2p)

v. Antag att $V = V^*$. Visa att även om egenvärdena inte går att placera godtyckligt så är det alltid möjligt att stabilisera systemet. Ange en sådan stabiliserande tillståndsåterkoppling. (2p)

3. (a) Ett system antas kunna beskrivas av modellen

$$Y(s) = \frac{4}{0.5s+1}U(s)$$

Antag att insignalen ges av $u(t) = \sin 2t$. Vad blir utsignalen $y(t)$ i stationärt tillstånd? (3p)

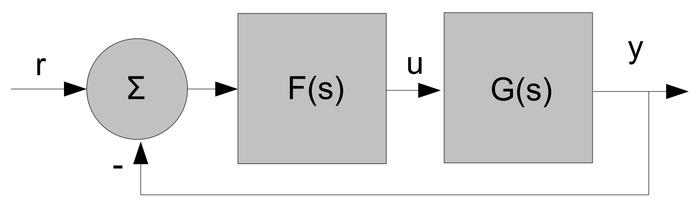
(b) Ett system för positionering ges av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{10}{s(s+8)(s+2)}$$

Modellens bodediagram visas i figurerna 4 och 5 nedan. Systemet styrs enligt figur 3.



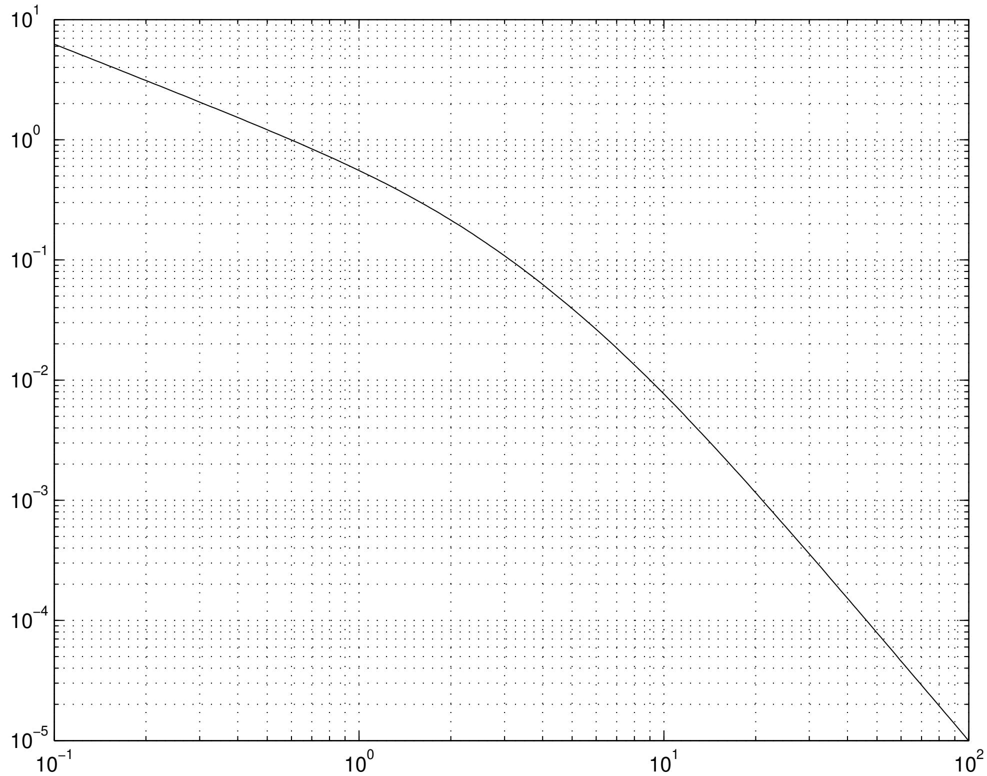
Figur 3: Blockschema

Antag att systemet ovan styrs med proportionell återkoppling

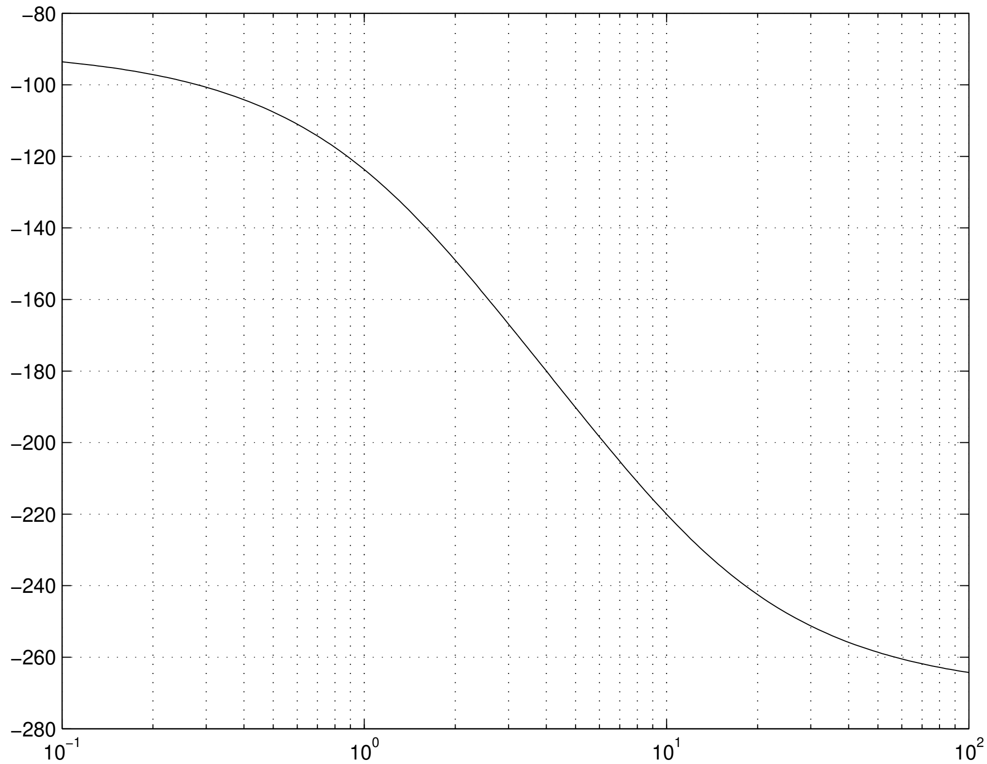
$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

i. Hur stor kan förstärkningen K som högst väljas om man kräver att reglersystemet skall uppfylla kraven att $\varphi_m \geq 30°$ samt $A_m > 2$. (3p)

ii. Hur stort blir det stationära reglerfelet då referenssignalen är ett enhetsteg respektive en enhetsramp då man använder den förstärkning som bestämdes i uppgift i)? (4p)



Figur 4: Amplitudkurva till uppgift 3



Figur 5: Faskurva till uppgift 3

(c) En helikopter, se figur 6, är utrustad med en stjärtrotor för att hålla helikoptern på rätt kursvinkel, θ. Stjärtrotorn genererar kraften F, helikoptern har ett tröghetsmoment J och när helikoptern roterar bromsas rotationen av ett luftmotstånd $a\omega$ som är proportionellt mot vinkelhastigheten, där $a > 0$. Vinkehastigheten är tidsderivatan av kursvinkeln θ, dvs $\dot{\theta}(t) = \omega(t)$. Avståndet mellan stjärtrotorn och tyngdpunkten är 1. Med dessa uppgifter kan vi ställa upp en momentekvation för systemet

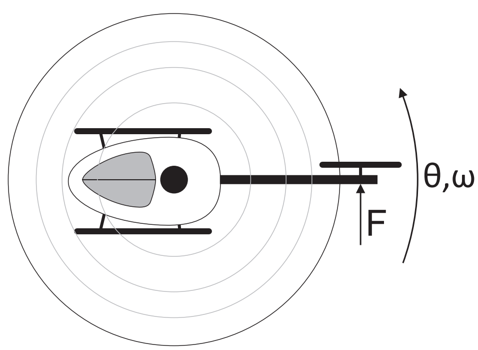
$$J\ddot{\theta}(t) = F(t) - a\dot{\theta}(t).$$

I den här uppgiften ska vi analysera hur robust regleringen av helikoptern är mot felaktigheter i modellen.

i. Ta fram en överföringsfunktion då $F(t)$ är insignal och $\theta(t)$ är utsignal. (2p)

ii. Ett problem när vi ska reglera helikoptern är att vi inte känner tröghetsmomentet exakt. Det verkliga tröghetsmomentet är $J = \bar{J} + \delta$, där $\bar{J}$ är vårt modellerade tröghetsmoment och δ modellfelet. Det verkliga systemet beskrivs av $G^0(s) = G(s)(1 + \Delta_G(s))$, där $G(s)$ är vår modell och $\Delta_G(s)$ det relativa modellfelet. Ta fram det relativa modellfelet. (3p)

iii. Vi bestämmer oss för att återkoppla systemet med regulatorn $F(s) = 1/4$. Antag att $\bar{J} = 1$ och $a = 1$, och visa med hjälp av robusthetskriteriet att systemet är stabilt för alla $\delta > 0$. (5p)



Figur 6: Helikoptern i uppgift 3c.