TENTAMEN I REGLERTEKNIK (TSRT93)

SAL:

TID: 7 januari, 2026, klockan 8–13

KURS: TSRT93, REGLERTEKNIK

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 3

ANTAL SIDOR PÅ TENTAMEN: 10

ANSVARIG LÄRARE: Anders Hansson, 070-3004401

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Grundläggande lärobok i reglerteknik, t.ex. ”Hansson: Reglerteknik—En Introduktion”, med normala inläsningsanteckningar, tabeller och formelsamlingar utgivna på förlag, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås på kurshemsidan efter tentamen.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:

betyg 3	27 poäng
betyg 4	40 poäng
betyg 5	50 poäng

varav minst 6 poäng på varje delfråga.

Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg kan följas på ett tydligt sätt. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Antag att insignalen till ett system med överföringsfunktionen

$$Y(s) = \frac{2}{s+3} U(s)$$

ges av $u(t) = 4 \sin 2t$. Ange utsignalen i stationärt tillstånd. (3p)

(b) I figur 1 visas stegsvaret för systemet

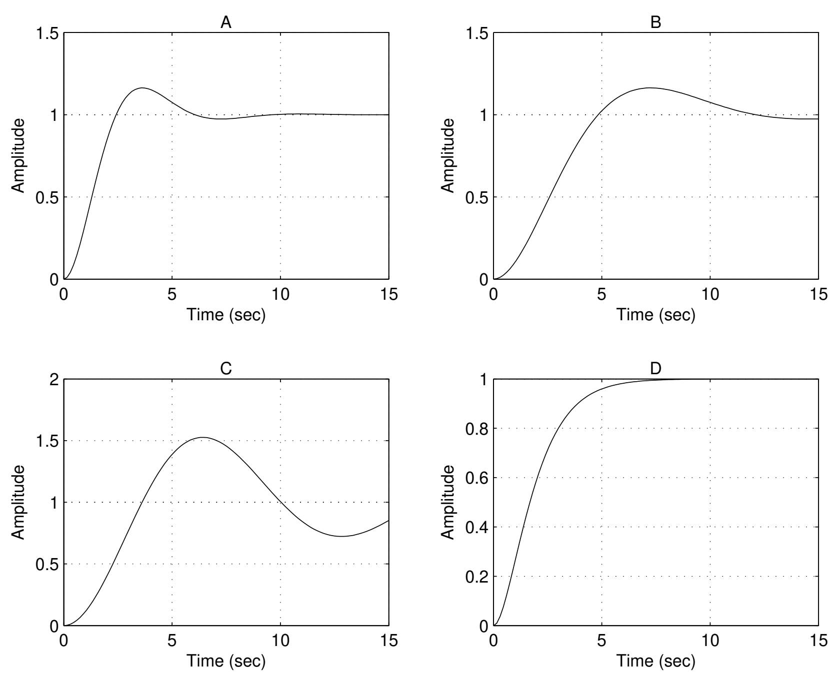
$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

för följande fyra kombinationer av ω_0 och ζ.

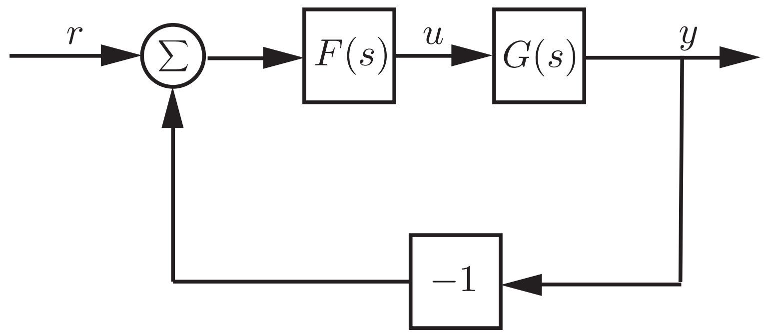
$$(i) \ \ \omega_0 = 1 \ \ \zeta = 1 \quad (ii) \ \ \omega_0 = 0.5 \ \ \zeta = 0.2$$

$$(iii) \ \ \omega_0 = 1 \ \ \zeta = 0.5 \quad (iv) \ \ \omega_0 = 0.5 \ \ \zeta = 0.5$$

Kombinera figurerna och koefficientvärdena. (5p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1b.



Figur 2: Blockschema till uppgift 1c.

(c) När en patient får en ny höftled måste läkaren först borra i skelettet för att sätta fast höftledsprotesen. Det kan göras med en laserborr, och det är naturligtvis extremt viktigt att hålet blir korrekt borrat. Vi ska nu studera en enkel modell av ett sådant borrsystem. Överföringsfunktionen från styrsignal u till position i djupled y för en viss borr ges av

$$G(s) = \frac{50}{s^3 + 15s^2 + 50s}$$

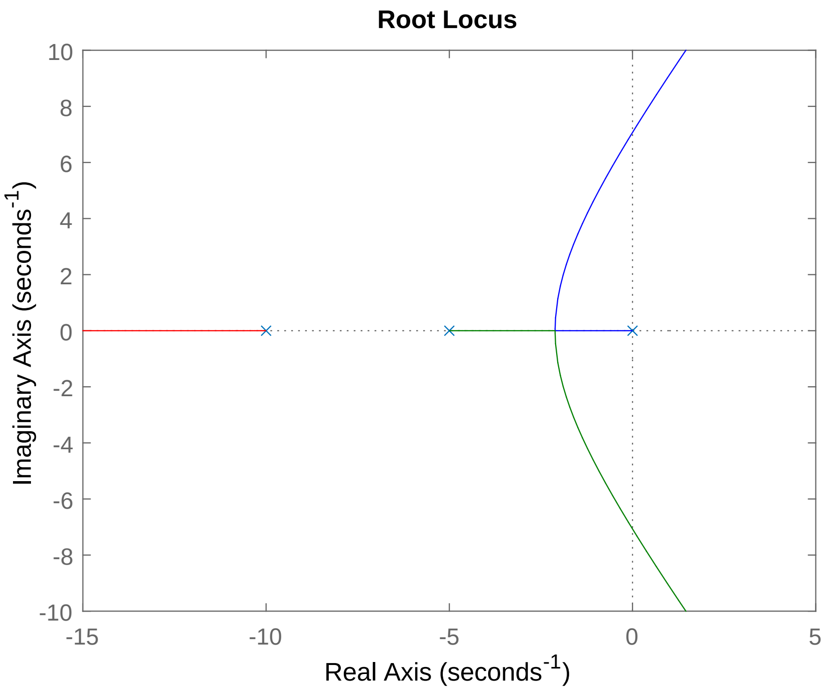
Antag att man vill styra borrens position med en P-regulator $u(t) = K(r(t) - y(t))$ där r är önskat borrläge. Blockschemat för laserborren ges i figur 2.

i. I figur 3 visar en rotort hur det återkopplade systemets poler varierar med $K > 0$. För vilka $K > 0$ är det återkopplade systemet stablit? Beskriv hur det återkopplade systemets kvalitativa egenskaper (snabbt? oscillativt?) varierar med $K > 0$. (5p)

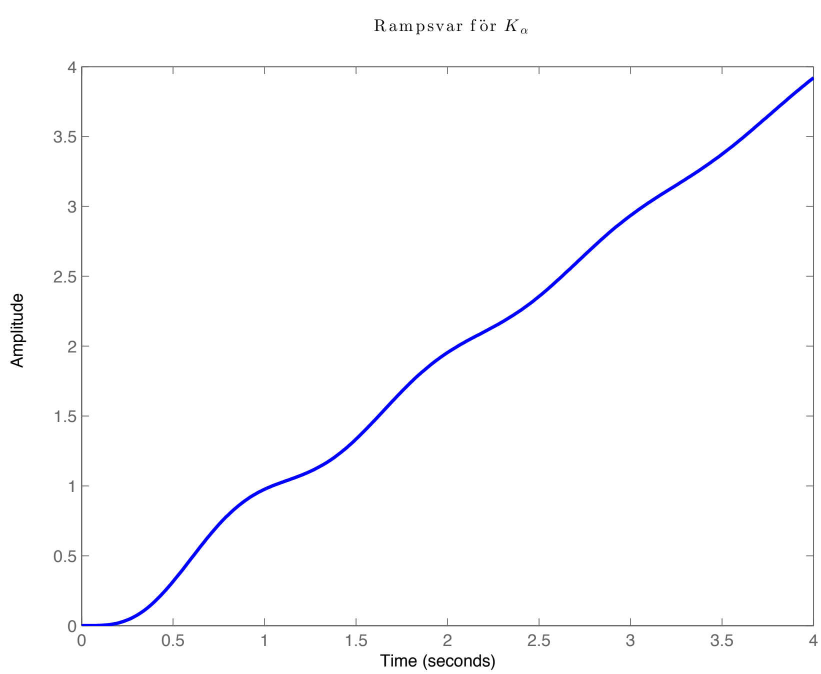
ii. Antag att referenssignalen ges av en ramp $r(t) = t$ dvs att borrens hastighet är konstant.
- Hur litet kan det stationära felet $\lim_{t\to\infty} e(t)$ fås med en P-regulator där $K > 0$?
- Går det att välja $K > 0$ så att $\lim_{t\to\infty} e(t) < 0.01$?

(4p)

iii. Under utvärderingsperioden testar man en viss P-regulator med $K = K_\alpha$ och studerar rampsvaret. I figur 4 ges $y(t)$ då $r(t) = t$ för $K = K_\alpha$. Markera i din rotort ett möjligt värde på $K = K_\alpha$ och förklara varför detta är en möjlig lösning. (Du behöver inte ge numeriska värden på vare sig K_α eller motsvarande rötter.) (3p)



Figur 3: Rotort.



Figur 4: Rampsvar för $G(s)$ i uppgift 1c.

2. (a) Betrakta systemet nedan.

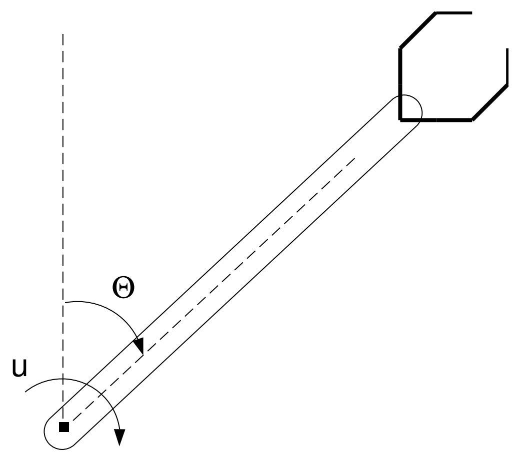
$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

Kan man med tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

placera det återkopplade systemets poler godtyckligt? Kan man med tillståndsåterkoppling uppnå att det återkopplade systemet är asymptotiskt stabilt? (5p)

(b) Betrakta en robotarm enligt figuren nedan, där θ betecknar armens vridningsvinkel (utsignal) och u betecknar momentet (insignal).



Figur 5: Robotarm.

Robotarmen kan förenklat beskrivas med differentialekvationen

$$J\ddot{\theta}(t) = u(t)$$

där J betecknar armens tröghetsmoment.

i. Inför tillstånden $x_1(t) = \theta(t)$ och $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$ och ställ upp systemet på tillståndsform. Antag att $J = 1$. (2p)

ii. Mået med reglersystemet är att robotarmen skall kunna manövreras så snabbt som möjligt. Bestäm en tillståndsterkoppling som placerar det återkopplade systemets poler i $-a$. (4p)

iii. Styrsystemet tillåter endast styrsignaler som uppfyller att $\mid u(t) \mid \leq 10$. Om armen startas stillastående med vinkeln $-\theta_0$ och styrs till vinkeln noll ges styrsignalen av

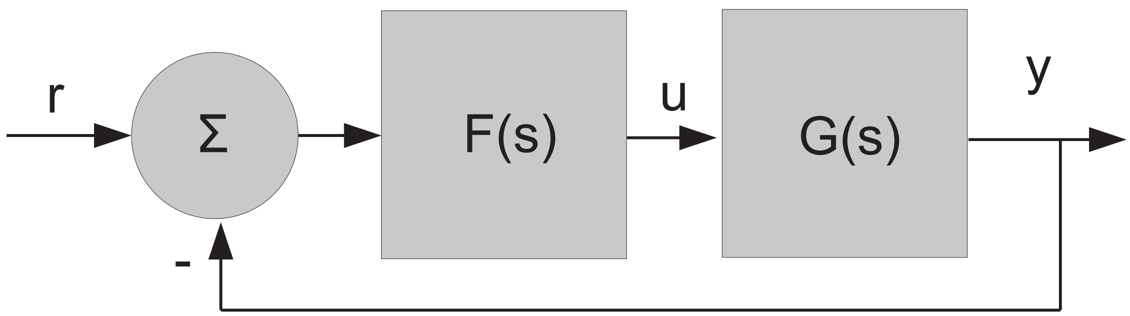
$$u(t) = a^2 e^{-at}(1 - at)\theta_0$$

Hur snabbt kan det återkopplade systemet göras om den maximala styrsignalen ej får överskridas? (4p)

iv. Förutom snabbheten är det även viktigt att armen manövreras utan överslängar. Detta krav gäller även då armens tröghetsmoment avviker från det värde som antogs när återkopplingen beräknades. Vilken är den allvarligaste situationen med avseende på detta krav? Att den verkliga robotarmen är lättare (J mindre) än vad som antogs då återkopplingen i b) beräknades, eller att armen är tyngre (J större) än vad som antogs. Motivera ditt uttalande med enkla räkningar. (5p)

3. (a) Vilka tre faktorer är det i praktiken som förhindrar att man kan skapa reglersystem med godtyckligt bra prestanda? (3p)

(b) Ett återkopplat reglersystem ges av figur 6.



Figur 6: Reglersystem

Det återkopplade systemets överföringsfunktion ges av

$$T(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)}$$

där $G_o(s) = F(s)G(s)$. En central fråga för att bestämma $F(s)$ är att koppla samman egenskaper hos det återkopplade systemet med egenskaper hos det öppna systemets frekvensfunktion $G_o(i\omega)$. Beskriv med ord hur:

- Snabbheten (stigtiden) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos $T(i\omega)$ respektive $G_o(i\omega)$.
- Svängigheten (överslängen) hos det återkopplade systemets stegsvar relateras till egenskaper hos $T(i\omega)$ respektive $G_o(i\omega)$.
- Felkoefficienten e_0 hos det återkopplade systemet relateras till egenskaper hos $T(i\omega)$ respektive $G_o(i\omega)$.

(6p)

(c) Betrakta ett återkopplat system enligt figur 7. Med en viss regulator fås överföringsfunktionerna $G_o(s) = F(s)G(s)$ i figur 8, $T(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}$ i figur 9 samt $S(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)}$ i figur 10.

i. Antag att $v(t) = 0$ och att $n(t) = 0$ samt att referenssignalen är ett steg dvs $r(t) = 1$ då $t \geq 0$. Vad blir $\lim_{t\to\infty} y(t)$? (2p)

ii. Antag att $r(t) = 0$ och att $n(t) = 0$. Vad blir $y(t)$ då alla transienter har dött ut om $v(t) = \sin(t)$? (2p)

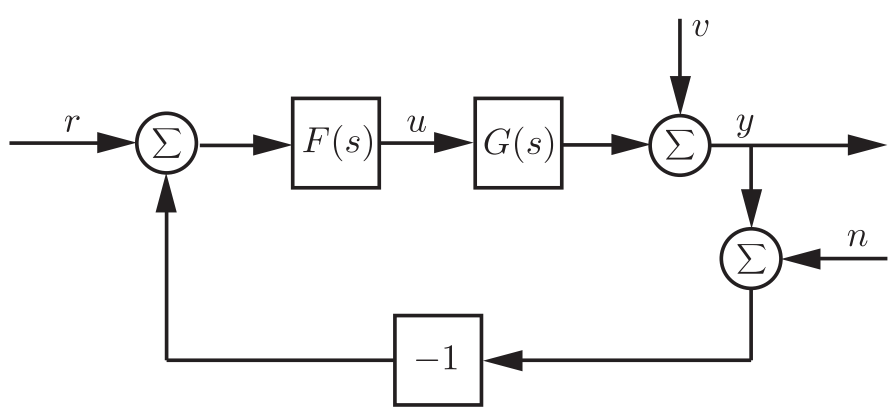
iii. Antag att $n(t) = 0$ samt att referenssignalen är ett steg dvs $r(t) = 1$ då $t \geq 0$ och att $v(t) = \sin(t)$. Vad blir $y(t)$ då alla transienter har dött ut? (2p)

iv. Antag att mätbruset $n(t)$ huvudsakligen innehåller frekvenser $\omega > 10$. Kommer mätbruset att förstärkas eller dämpas i utsignalen $y(t)$? Kom ihåg att även här motivera ditt svar! (2p)

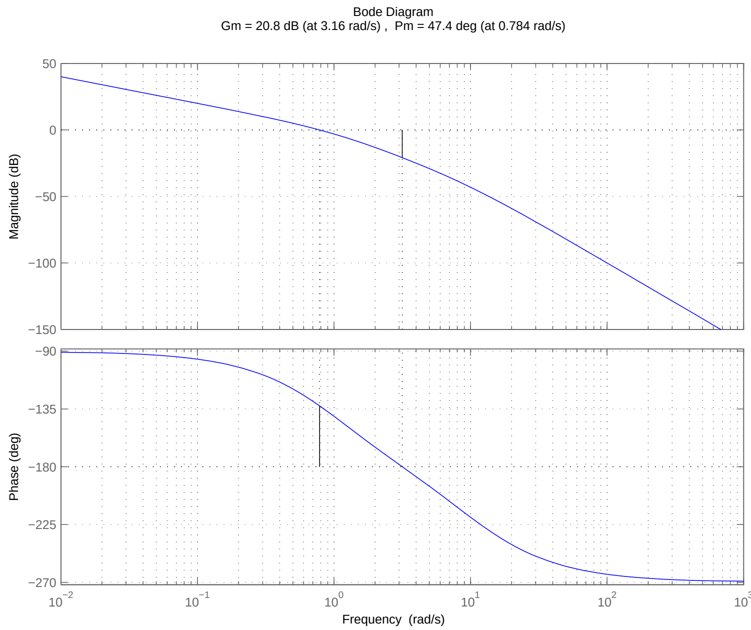
v. Antag att modellens överfringsfunktion $G(s)$ har ett fel på 10% i den statiska förstärkningen dvs det sanna systemet beskrivs av

$$G^0(s) = \alpha \cdot G(s)$$

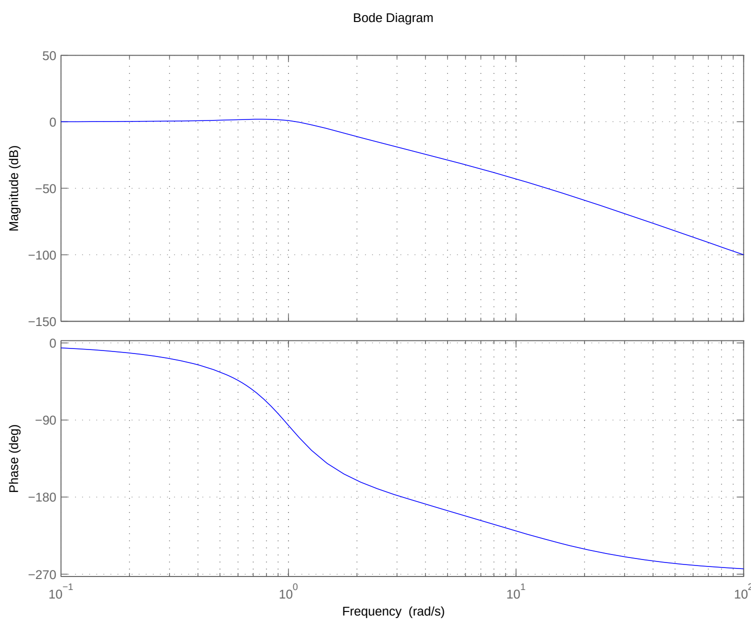
där $\alpha = 1.1$. Använd robusthetskriteriet för att avgöra om det sanna återkopplade systemet är stabilt. (3p)



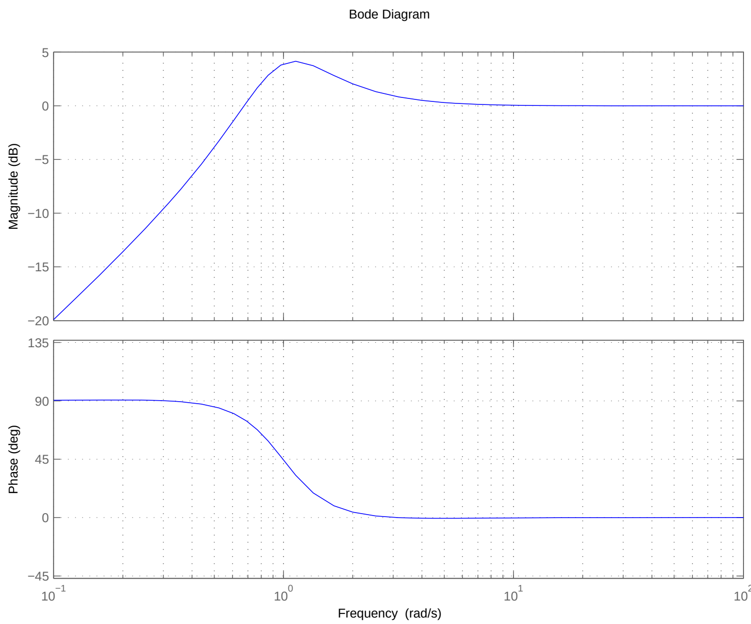
Figur 7: Blockschema till uppgift 3c.



Figur 8: Bodediagram för $G_o(s) = F(s)G(s)$ i uppgift 3c.



Figur 9: Bodediagram för $T(s) = \frac{F(s)G(s)}{1+F(s)G(s)}$ i uppgift 3c.



Figur 10: Bodediagram för $S(s) = \frac{1}{1+F(s)G(s)}$ i uppgift 3c.